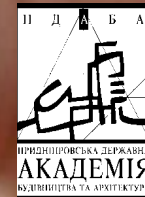


# Evaluation de déplacement maximal d'un noeud constructif à condition de robustesse et ayant un volume imprécis



**BARANENKO VALERIY,**  
Prydniprovskia Académie d'Etat de Génie Civil et d'Architecture  
Dnipro, Ukraine, rue Tchernychevskogo, 24-A, tél.+38 (0562) 47-59-77  
*E-mail: baranenko1941@ukr.net*  
*ORCID ID: 0000-0002-4658-1205*

**VOLCHOK DENYS**  
Prydniprovskia Académie d'Etat de Génie Civil et d'Architecture  
Dnipro, Ukraine, rue Tchernychevskogo, 24-A, tél. +38 (0562) 47-59-77  
*E-mail: Denys.L.Volchok@gmail.com*  
*ORCID ID: 0000-0002-7914-321X*



## Introduction

Au cours du développement d'un prototype de construction le concepteur est obligé de spécifier les cibles et les données initiales en termes: le poids de construction doit être "approximativement égal à  $V$ ", la température ou la charge est "à peu près une telle ou une autre valeur", ou "un peu plus / moins" etc. Telles formulations des tâches de conception pour l'analyse ou l'optimisation des constructions sont assez extraordinaires. Actuellement la présence de n'importe quelle ambiguïté provoque le recours à la théorie des probabilités. Cette théorie est appliquée dans le domaine du génie civil [1] et elle est juste dans le cas de présence d'informations statistiques suffisantes et de la description de la modalité du type "accidentellement". Dans d'autres cas il est raisonnable de considérer les autres types d'ambiguïté, comme "l'incertitude" et "l'imprécision". Dans ce travail la théorie des ensembles flous [2, 3] est appliquée. Nous avons prévu les étapes suivantes pour la simulation: la phasification, l'analyse ou l'optimisation et la dephasification.

- [1]. Augusti G., Baratta A., Casiati F. Probabilistic methods in structural engineering. - London- New York, Chapman and Hall. 1984, 584p
- [2]. Liu B. Uncertain programming. Wiley, N-Y, 1999. 430 p.
- [3]. Zadeh L. Fuzzy sets . Information and Control, 8.- 1965 P. 338 - 353.

## Le problème

Supposons que nous avons un système élastique à barre articulée déterminé statiquement (STAS) avec  $n$  éléments et  $m$  noeuds. La charge extérieure  $F_j$ ;  $j=1,2,\dots,k$  est appliquée aux  $k$  noeuds du STAS. Les paramètres géométrique et physique du STAS sont connus. Les aires de surface des sections des éléments  $A_i$ ;  $i=1,2,\dots,n$  vont être déterminées à partir de la condition de la robustesse; de la stabilité et d'un volume donné de construction  $V_0$ , ainsi que de l'assurance du déplacement maximal  $\nu$  (vertical ou horizontal) d'un noeud certain  $t$ . De la condition de robustesse nous définissons des régions de solutions admissibles:

$$\Omega_i = \{ A_i, A_i^0 \leq A_i < \infty \}, \quad (1)$$

$$\text{ou } A_i^0 = |N_i| / R_i^*; \quad R_i^* = \begin{cases} R_0, N_i > 0; \\ \varphi R_0, N_i < 0; \end{cases}$$

$N_i$  - l'effort dans l'élément  $i$  du STAS sous l'action de la charge extérieure;  $\varphi$  - le coefficient de flexion longitudinale;  $R_0$  - la résistance calculée. Si les dimensions sont limitées  $A_i^e \leq A_i < A_i^+$ , la région de solutions admissibles sera:

$$\Omega_i = \{ A_i; (A_i^e, A_i^0) \leq A_i < A_i^+ \},$$

On peut décrire le déplacement maximal d'un noeuds  $t$  à l'aide de l'intégrale de Mohr.

$$\nu = \sum_{i=1}^n D_i / A_i; \quad D_i = \frac{N_i \overline{N}_i l_i}{E},$$

ou  $\overline{N}_i$  - l'effort dans l'élément  $i$  du STAS sous l'action de la charge égale à l'unité et appliquée au noeud  $t$ ,  $E$  - le module d'élasticité.

Le problème présenté ci-dessus on décrit sous forme d'un modèle d'optimisation:

$$\{ A_i^*, V^* \} = \arg \left\{ \max_{A_1, A_2, \dots, A_n} \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i} \mid A_i \in \Omega \right\}. \quad (2)$$

Ce problème correspond au type des tâches de distribution de ressources dans la programmation mathématique. Pour sa résolution nous utilisons l'appareil des équations fonctionnelles de méthode de programmation dynamique en forme discrète.

## Programmation dynamique

On introduit la fonction de Bellman:

$$f_i(d_i) = \max_{A_1, A_2, \dots, A_n} \sum_{k=1}^n \frac{D_k}{A_k} \quad (3)$$

En admettant que le processus de la prise de décision commence au "moment"  $k = i$  et se termine au "moment"  $k = n$ , donc l'état de valeur peut être présenté par l'expression:

$$d_i = \sum_{k=i}^n l_k A_k; \quad d_1 = V_0. \quad (4)$$

Conformément au principe de programmation dynamique optimale [4] on obtient l'équation fonctionnelle de méthode:

$$f_i(d_i) = \max_{A_i} \left[ \frac{D_i}{A_i} + f_{i+1}(d_{i+1}) \right]; \quad i = n, n-1, \dots, 1; \quad (5)$$

$$f_{n+1}(d_{n+1}) \equiv 0; \quad d_{i+1} = d_i - l_i A_i.$$

Les equations (4) et (5) nous montrent de la manière inductive que:

$$\begin{aligned} H_i(A_i) &= \frac{D_i}{A_i} + f_{i+1}(d_i - l_i A_i) = \\ &= \frac{D_i}{A_i} + \sum_{k=i+1}^{n-1} \frac{D_k}{A_k^*} + \frac{D_n l_n}{d_i - l_i A_i - \sum_{k=i+1}^{n-1} l_k A_k^*}, \end{aligned} \quad (6)$$

ou  $A_k^*$  ( $k = 1, 2, \dots, n$ ) – les solutions optimales.

Ensuite ayant appliqué la condition nécessaire d'existence de l'extremum à la fonction  $H_i(A_i)$ , nous recevons:

$$\frac{dH_i(A_i)}{dA_i} = -\frac{D_i}{A_i^2} + \frac{D_n l_n l_i}{(d_i^* - l_i A_i)^2} = 0. \quad (7)$$

# Programmation dynamique

De l'expression (7) on obtient:

$$A_i^0 = \frac{d_i^*}{l_i + \sqrt{\frac{D_i l_i n_i}{D_i}}}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

ou

$$d_i^* = d_i - \sum_{k=i+1}^n l_k A_k^*. \quad (9)$$

En tenant compte la condition (1) la solution optimale prend la forme suivante :

$$A_i^* = \begin{cases} A_i^0, & A_i^0 > A_i^- \\ A_i^-, & A_i^0 \leq A_i^- \end{cases} \quad (10)$$

On utilise les rapports (8) - (10) comme une base des calculs récurrents suivants de décision optimale  $\{A_i^*\}$ ;  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Tout d'abord on spécifie l'approximation initiale  $A_i^{(k)}$ , sur la base de laquelle nous calculons les éléments de la résolution successive  $A_i^{(k+1)} = A_i^*$ : en correspondance avec des formules (8)-(10) et des conditions  $d_1 = V_0$ . La condition de fin du processus est:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i^{(k-1)}} - \sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i^{(k)}}}{\sum_{i=1}^n \frac{D_i}{A_i^{(k)}}} \leq \varepsilon, \quad (11)$$

ou  $\varepsilon > 0$  - l'exactitude donnée.

## Illustration de l'application de méthode

Nous avons choisi les caractéristiques géométriques et physiques suivantes  $h = 5 \text{ m}$ ,  $h_1 = 2.5 \text{ m}$ ,  $h_2 = 3 \text{ m}$ ,  $h_3 = 4 \text{ m}$ ,  $a = 3 \text{ m}$ ,  $b = 3 \text{ m}$ ,  $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ,  $[\sigma] = 150 \text{ MPa}$ ,  $\varphi = 0.6$ ,  $F_i = 10 \text{ kH}$ ,  $t = 3$ ,  $V_0 = 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$  pour pouvoir présenter l'approche proposée à l'optimisation de la ferme complexe (fig.1).

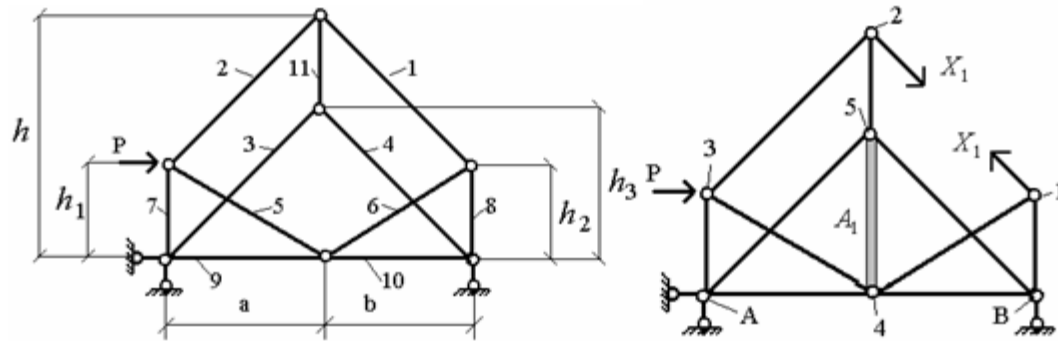


Fig.1. Ferme complexe statiquement déterminée et son système principal

Ayant ces données initiales nous avons calculé les efforts longitudinaux en utilisant la méthode de remplacement des barres et la méthode des section [5]. En plus nous avons utilisé le logiciel Lira et nous avons calculé les aires de surface des sections  $A_i^*$  et le déplacement horizontal  $v^*$  du noeud 3.

Tableau 1.

**L'effort dans la barre  $i$  calculée par la méthode analytique ou obtenue de la simulation numérique, kN**

L'effort	$N_1$	$N_2$	$N_3$	$N_4$	$N_5$	$N_6$	$N_7$	$N_8$	$N_9$	$N_{10}$	$N_{11}$
Méthode analytique, kN	-5,463	-5,917	4,261	4,261	-7,1	6,428	0,758	-7,576	7,443	-2,557	6,818
Lira, kN	-5,46	-5,92	4,26	4,26	-7,1	6,43	0,757	-7,57	7,44	-2,56	6,82
$D_i \cdot 10^{-8}$	5.124	6.51	4.324	4.324	9.375	8.348	0.06832	8.199	7.914	0.9339	2.214
$A_i^* \cdot 10^{-5}, \text{m}^2$	6.07	6.574	4.562	4.547	7.889	6.859	0.808	8.418	7.963	2.841	7.295

## Illustration de l'application de méthode

Le déplacement maximal horizontal du noeud 3 fait  $v^* = 0.882 \cdot 10^{-5} \mathcal{M}$ . Le nombre des approximations ayant l'approximation initiale  $\{A_i^*\} = 100$  fait 27 itérations. Le diagramme sur la figure 2 montre la dépendance entre le déplacement  $v^*$  et la valeur  $V_0$ . En utilisant cette courbe il est possible d'évaluer la valeur du déplacement maximal de la construction pour  $V_0$ .

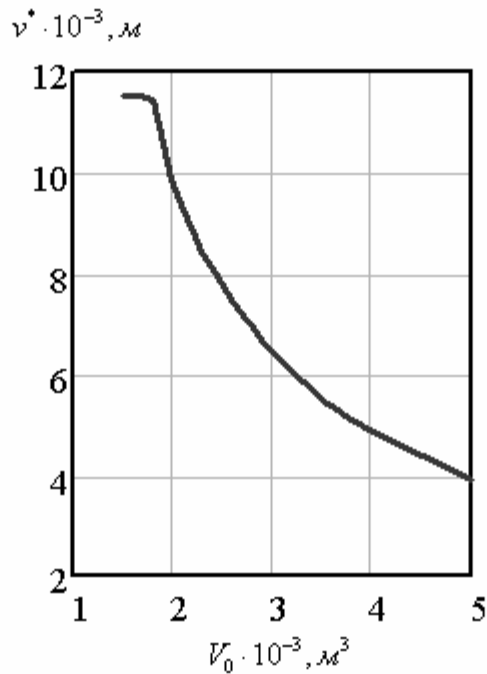


Fig. 2. L'influence de la valeur  $V_0$  sur le déplacement  $v^*$

## Estimation de la valeur du déplacement du noeud à condition que le volume est donné de la manière imprécise

On s'intéresse par le cas où la valeur du volume  $V_0$  dans le problème (2) est donnée de la manière inexacte en utilisant les mots "approximativement égal à ...", "un peu plus / moins", "environ" etc., sans la précision des chiffres.

La solution du problème pareil est possible dans le cadre de la réalisation des étapes suivantes de la modélisation imprécise: la phasification, l'analyse, la déphasification.

### 5.1. Phasification

La première étape consiste en description des données imprécises des quantificateurs linguistiques à l'aide de fonction d'appartenance des ensembles flous [2, 3, 5]. Pour la détermination on va considérer la fonction d'appartenance de la forme triangulaire

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x - \bar{a}}{m - \bar{a}}, & x \in [\bar{a}, m] \\ \frac{\bar{b} - x}{\bar{b} - m}, & x \in [m, \bar{b}] \\ 0, & \forall x \notin [\bar{a}, \bar{b}], \end{cases} \quad (9)$$

ou  $SuppA = [\bar{a}, \bar{b}]$  c'est le porteur de l'ensemble certain  $A$ , a  $m$  - sa valeur modale, c-à-d  $\mu_A(m) = 1$ . Pour l'exemple calculé on présume que le volume  $V_0$  est un ensemble flou  $A$ , qui est généré par la fonction  $\mu_A(x)$  de (9) avec  $\bar{a} = 1.8$ ;  $\bar{b} = 2.7$  et 10 niveaux de l'intervalle  $[0, 1]$  avec l'espacement  $\Delta\mu = 0.1$

Le graphique de fonction  $\mu_A(x)$  est représenté sur la fig. 3.



**Estimation de la valeur du déplacement du noeud à condition que  
le volume est donné de la manière imprécise**

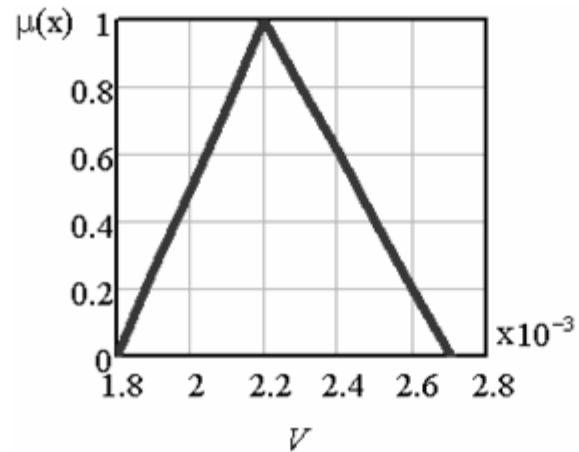


Fig.3. Le volume en forme du nombre imprécis triangulaire, m<sup>3</sup>

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A} = & \frac{0}{1.8} + \frac{0.1}{1.84} + \frac{0.2}{1.88} + \frac{0.3}{1.92} + \frac{0.4}{1.96} + \frac{0.5}{2.0} + \frac{0.6}{2.04} + \frac{0.7}{2.08} + \frac{0.8}{2.12} + \frac{0.9}{2.16} + \frac{1}{2.2} + \\
 & + \frac{0.9}{2.25} + \frac{0.8}{2.3} + \frac{0.7}{2.35} + \frac{0.6}{2.4} + \frac{0.5}{2.45} + \frac{0.4}{2.5} + \frac{0.3}{2.55} + \frac{0.2}{2.6} + \frac{0.1}{2.65} + \frac{0}{2.7}
 \end{aligned} \tag{13}$$

# Estimation de la valeur du déplacement du noeud à condition que le volume est donné de la manière imprécise

## 5.2. Optimisation

On calcule selon la procédure de programmation dynamique le déplacement maximal  $v^*$  pour chaque volume  $V_0$  - les dénominateurs des composants de l'ensemble flou  $A$  de (13). On obtient alors l'ensemble flou  $B(\mu, v)$  (14), avec la fonction d'appartenance qui est représentée sur la fig. 4.

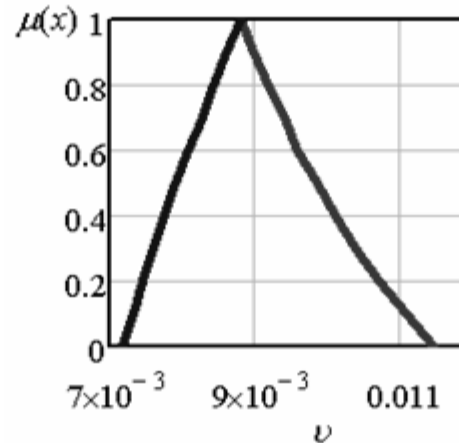


Fig.4. Le déplacement du noeud (en forme du nombre imprécis,  $\mu$ ) 3 dans la direction de l'action de la force extérieure

$$\begin{aligned}
 B = \sum_{i=1}^{21} \frac{\mu_i}{v_i^*} = & \frac{0}{0.01147} + \frac{0.1}{0.01108} + \frac{0.2}{0.01072} + \frac{0.3}{0.01040} + \frac{0.4}{0.01011} + \\
 & + \frac{0.5}{0.00985} + \frac{0.6}{0.00961} + \frac{0.7}{0.00939} + \frac{0.8}{0.00918} + \frac{0.9}{0.00900} + \\
 & + \frac{1}{0.00882} + \frac{0.9}{0.00862} + \frac{0.8}{0.00844} + \frac{0.7}{0.00826} + \frac{0.6}{0.00808} + \\
 & + \frac{0.5}{0.00792} + \frac{0.4}{0.00776} + \frac{0.3}{0.00761} + \frac{0.2}{0.00746} + \frac{0.1}{0.00732} + \frac{0}{0.00719}
 \end{aligned} \tag{14}$$

## Estimation de la valeur du déplacement du noeud à condition que le volume est donné de la manière imprécise

### 5.3. Dephasification

Cette étape vise à transformer le nombre imprécis (14) dans le nombre déterminé. Cette opération peut être réalisée par la méthode du centre [6]

$$v^{\text{def}} = \frac{\sum_{i=1}^{21} \mu_i v_i^*}{\sum_{i=1}^{21} \mu_i}, \quad (15)$$

ou par la méthode de B. Liu [2]

$$v^{\text{def}} = \sum_{i=1}^{21} w_i v_i^*, \quad (16)$$

Où les facteurs de poids statistique sont calculés d'après l'expression

$$w_i = w_i(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m), m = 2M - 1, \quad (17)$$

$$\text{ou } w_1 = \frac{1}{2}(\beta_1 + A_0 - B_0), \text{ pour } i = 1; w_i = \frac{1}{2}(C_0 - D_0 + Q_0 - S_0), \text{ pour } 2 \leq i \leq m - 1; w_m = \frac{1}{2}(A_0 - P_0 + \beta_m),$$

$$\beta_i = \mu_i; A_0 = \max_{1 \leq j \leq m} \beta_j; B_0 = \max_{1 \leq j \leq m} \beta_j; C_0 = \max_{1 \leq j \leq i} \beta_j; D_0 = \max_{1 \leq j < i} \beta_j; S_0 = \max_{1 \leq j \leq m} \beta_j; Q_0 = \max_{i \leq j \leq m} \beta_j; P_0 = \max_{i \leq j < m} \beta_j; M$$

– le nombre des niveaux  $\beta$ ;  $0 \leq \beta_j \leq 1, 1 \leq j \leq M$ .

### 5.4. Les resultats calculés

Selon la première méthode nous avons obtenu le chiffre  $v^{\text{def}} = 8.845 \cdot 10^{-3}$  m, selon la deuxième  $v^{\text{def}} = 8.902 \cdot 10^{-3}$  m. Ayant les valeurs déterminées de données initiales nous avons obtenu  $v^{\text{det}} = 8.82 \cdot 10^{-3}$  m. Ainsi la présence du déplacement augmente la valeur du déplacement.

## Conclusions

1. Nous avons formulé la résolution du problème de l'évaluation du déplacement maximal du noeud d'un système élastique à barre articulée déterminé statiquement (STAS) ayant la satisfaction des conditions de la robustesse ; de la stabilité et d'un volume donné de construction  $V_0$ . Nous avons appliqué la méthode de remplacement des barres pour l'analyse de l'état de contrainte et la méthode de programmation dynamique pour l'optimisation. On a obtenu les estimations de la valeur du déplacement horizontal du noeud 3 en dépendance du volume donné.

2. Ayant donné le volume de la construction de la manière imprecise on a obtenu le déplacement imprécis du noeud 3 avec la fonction d'appartenance correspondante. Les résultats de dephasification ont montré la tolérance du système au paramètre indéfini donné.

## All references

- [1]. Augusti G., Baratta A., Casati F. Probabilistic methods in structural engineering. - London- New York, Chapman and Hall. 1984, 584p
- [2]. Liu B. Uncertain programming. Wiley, N-Y, 1999. 430 p.
- [3]. Zadeh L. Fuzzy sets . Information and Control, 8.- 1965 P. 338 - 353.
- [4]. Baranenko V.A. Optimal design truss in conditions of fuzzy load by expected value models and dynamic programming // Theoretical Foundation of Civil Engineering XIV/ Ed. by W.Szczesniak, OW PW, Warsaw. – 2006. – pp. 495-498.
- [5]. Saveliev, L. M. Mécanique des navires aériens: Manuel / L. M. Saveliev, J. V. Skvortsov, S. V. Gluchkov; L'Université aérospatial d'état S. P. Korolev de Samara, 2011. - 235 p.
- [6]. Rutkovskaya D., Pilinsky M., Rutkowski L. Réseaux de neurones, algorithmes génétiques et systèmes flous -M.: Hot line- Telecom.-2008 .- 383 p.